Maróthi György Emlékverseny, 2013. október 28 – november 25.
– Versenykiírás –

Alapvető tudnivalók

Ezúton tájékoztatjuk az érdeklődőket, hogy a Debreceni Egyetem Matematikai Intézete és a Matematikus Tudományos Diákkör versenyt hirdet azon hallgatók számára, akik a 2013/2014-es tanév őszi szemeszterében a Debreceni Egyetem első- vagy másodéves matematika B.Sc. illetve osztatlan matematika tanár képzésében vesznek részt. A verseny egyéni, külön nevezést nem igényel és a középiskolás anyagra támaszkodik; a feladatsor kidolgozására a föntebb megjelölt időszak áll rendelkezésre. A feladatsort 2013. október 28-án délben tesszük hozzáférhetővé az Intézet honlapján az „Aktuális” menüpont alatt:

`www.math.unideb.hu`

Szervezők

dr. Boros Zoltán	*(Matematikai Intézet TDK felelőse, Analízis Tanszék)*
dr. Bessenyei Mihály	*(Verseny titkára, Analízis Tanszék)*
dr. Gselmann Eszter	*(Analízis Tanszék)*
dr. Horváth Gábor	*(Algebra és Számelmélet Tanszék)*
dr. Kovács Zoltán	*(Geometria Tanszék)*

Formai elvárások

Kérjük, minden beadott lapon tüntesse föl nevét és az aktuális feladat sorszámát. Az új feladatokat új lapra kezdje kidolgozni. Törekedjen az áttekinthető, jól olvasható írásra, világos fogalmazásra. A megoldásokat névvel ellátott zárt borítékban, Bessenyei Mihálynak címezve lehetőleg személyesen adja le az Intézet adminisztrációján (M427-es szoba).

Beadási határidő: 2013. november 25. (hétfő), 12.00.

Etikai elvárások

A feladatok megoldásához bármilyen irodalom fölhasználható a forrás pontos föltüntetése mellett. A verseny egyéni munkát föltételez. Amennyiben a másokkal való együttműködés illetve közös munka ténye megállapítást nyer, az érintettet vagy érintetteket kizárjuk a versenyből.

Eredményhirdetés: 2013. december 12. (csütörtök), 18.00, M426.

Maróthi György Emlékverseny, 2013. október 28 – november 25.

– Feladatsor –

---

1. **Feladat.** *Legyen p olyan másodfokú polinom, melyre a $p(x) = x$ másodfokú egyenletnek nincsen valós gyöke. Mutassa meg, hogy ekkor a $p\left(p(x)\right) = x$ negyedfokú egyenletnek sem létezik valós gyöke.*

(Javasolta: Gselmann Eszter)

2. **Feladat.** *Adorján a pilisborzasztói községi könyvtárból hetente egy könyvet kölcsönöz ki. A könyvtár minden hónap végén a hónap elején Adorjánnál lévő könyvek felének alsó egészrészét visszakéri. Tegyük fel, hogy Adorján a beiratkozás után azonnal $N_0 \geq 0$ könyvet kölcsönzött ki. Tegyük fel az egyszerűség kedvéért azt is, hogy minden hónap négy hetes.*

(a) Mit tudunk mondani az Adorjánnál lévő könyvek számáról hosszú évek múltán?

(b) Lehetséges-e, hogy az egyik hónapban 12, míg egy másik hónapban 6 könyv van nála?

(Javasolta: Gselmann Eszter)

3. **Feladat.** *Melyek azok az n egész számok, amelyekre az alábbi tört egyszerűsíthető?*

$$\frac{2n+28}{2n^2+31n+27}$$

(Javasolta: Horváth Gábor)

4. **Feladat.** *Kis számológépünk elromlott. Az osztás és reciprok műveleteket nem tudja elvégezni, tehát csak két számot összeadni, kivonni vagy összeszorozni, valamint egy számból négyzetgyököt vonni tudunk. Ki lehet-e vele számolni az alábbi tört közelítő értékét?*

$$\frac{4}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$$

(Javasolta: Horváth Gábor)

5. **Feladat.** *Jelölje egy háromszög oldalait a, b, c, beírt körének középpontját O és súlypontját S. Bizonyítsa be, hogy ha $O = S$ vagy OS párhuzamos a háromszög b oldalával, akkor*

$$3OS = |b-a| = |b-c|.$$

(Javasolta: Kovács Zoltán)

6. **Feladat.** *Adott a síkon egy konvex n-szög, ahol $n \geq 3$. A k-adik oldal hosszát jelölje a_k, a sokszög merőleges vetülete a k-adik oldal egyenesére pedig legyen d_k hosszúságú. Bizonyítsa be, hogy*

$$2 < \frac{a_1}{d_1} + \cdots + \frac{a_n}{d_n} \leq 4.$$

(A két egyenlőtlenség közül az egyikre is beadható megoldás.)

(Javasolta: Kovács Zoltán)

Minden feladat 5 pontot ér; a sorrend nem feltétlenül tükrözi a feladatok nehézségét.